

9. cvičení - Derivace 2

☺ = příklady, co byste fakt fakt měli udělat, prosím prosím

Příklad 1 (Funkce definované „po větvích“). Určete definiční obor funkce, derivaci funkce a definiční obor spočtené derivace.

(a) $f(x) = |x|$

(d) $f(x) = e^{\log |x|}$

(b) ☺ $f(x) = \min\{x^2, -x^2 + 3x\}$

(e) ☺ $f(x) = \begin{cases} x, & x \in (-\infty, 0] \\ \log(1+x), & x \in (0, \infty) \end{cases}$

(c) $f(x) = |\log |x||$

Příklad 2. Určete definiční obor funkce, derivaci funkce a definiční obor spočtené derivace.

(a) $f(x) = \frac{1}{\log x}$

(h) $f(x) = \begin{cases} 1-x, & x \in (-\infty, 1) \\ (1-x)(2-x), & x \in [1, 2] \\ -(2-x), & x \in (2, \infty) \end{cases}$

(b) $f(x) = \cos^9(x^3 - x + 2)$

(c) $f(x) = \sin(\sin(\sin(x)))$

(d) $f(x) = 2 \log \frac{x^2-1}{x^2+1}$

(i) $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{\sqrt[3]{x}}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$

(e) $f(x) = \sin^2 x - \sin(x^2)$

(f) $f(x) = \log(\log^2(\log^3(x)))$

(j) ☺ $f(x) = \begin{cases} -1, & x > 0 \\ \frac{1}{2}, & x = 0 \\ 1, & x < 0 \end{cases}$

(g) $f(x) = \max\{-x^2, 2x-3\}$

Příklad 3. Spočtěte následující limity pomocí L'Hospitala.

(a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{22x^6 + 20x - 42}{x^{40} - 3x + 2}$

(h) $\lim_{n \rightarrow \infty} n^3 \left(\sin\left(\frac{1}{n}\right) - \log\left(1 + \frac{1}{n}\right) \right)$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\pi}{2} - \arccos x}{x}$

(i) ☺ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log\left(\frac{\sin x}{x}\right)}{x^2}$

(c) ☺ $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x \sin x} - \frac{1}{x^2} \right)$

(j) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log x}{x^2}$ (nepočítejte podle růstové škály)

(d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cotan(x) - 1}{x^2}$

(k) $\lim_{x \rightarrow 0+} x \cdot \log x$

(e) ☺ $\lim_{x \rightarrow 1-} \log(x) \cdot \log(1-x)$

(l) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log x}{x}$

(f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x - 2 \arcsin x}{x^3}$

(g) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 2 + \cos x - \sin x}{\log^3(1+x)}$

(m) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\pi - 2 \arctan x) \log x$

Na druhé straně zkouškové příklady



Příklad 4 (Zkouškové příklady, bez vz. řeš.). U následujících funkcí spočtete jejich derivace, případně jednostranné derivace, pokud existují.

(a) $f(x) = \max\{x + 4 \arctan(\sin x), x\}$

(b) $f(x) = \max\{\min\{\cos x, \frac{1}{2}\}, -\frac{1}{2}\}$

(c) $f(x) = \arccos\left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right)$

(d) $f(x) = x^2 e^{-|x-1|}$

(e) $f(x) = \frac{\sin x}{\sin(x + \frac{\pi}{4})}$

(f) $f(x) = \sqrt{1 - e^{-x^2}}$

(g) $f(x) = \arccos \frac{1}{1+x^2}$

(h) $f(x) = \begin{cases} x^2 \left(\sin \frac{1}{x} + \cos \frac{1}{x}\right), & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$

(i) $f(x) = x^{x^2}$ pro $x > 0$

(j) $f(x) = \cos(\max\{x, x^2\})$

(k) $f(x) = \max\{x, 1 - x^2, (x - 1)^2\}$

(l) $f(x) = \begin{cases} \arctan(\tan^2 x), & x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \\ \frac{\pi}{2}, & x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$

